FSM / Dépt. PHY

L3 PM ~~[illegible]~~
2023 – 2024

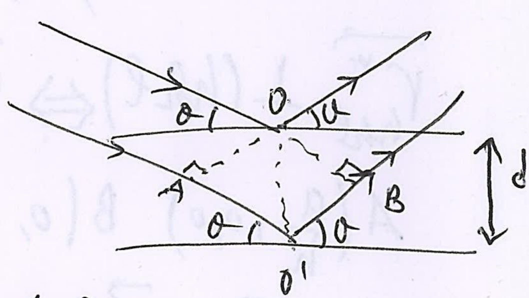
Corrigé type Physique du solide 1 (SS)

QCS :

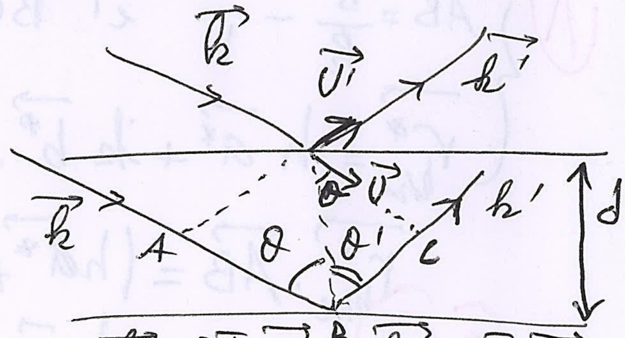
1/ Méthode de Scherrer : une méthode de diffraction qui utilise une radiation monochromatique. Elle envoyée vers une poudre (préalablement finnement broyée). (1,5)
les rayons diffractés sont détectés soit par un cliché "cylindrique" soit par un détecteur en 2θ.

2/ Défs (voir cours) (0,5) × 3

3/ Condition de diffraction



R.D :
$$OA + OB = n\lambda \quad (0,5)$$
$$d\sin\theta + d\sin\theta = n\lambda \quad (0,5)$$
$$\boxed{2d\sin\theta = n\lambda} \quad (0,5) \qquad n = 1, 2, \ldots$$



R.R :
$$AB + BC = n\lambda$$
$$d\cos\theta + d\cos\theta' = n\lambda \quad (0,5)$$

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{U} \qquad \vec{k'} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{U'}$$

(0,5)
$$\begin{cases} \vec{d}\cdot\vec{U} = d\cos\theta \\ \vec{d}\cdot\vec{U'} = d\cos(\pi-\theta') = -d\cos\theta' \end{cases}$$

alors : $\vec{d}\cdot\left(\frac{2\pi}{\lambda}\vec{U} - \frac{2\pi}{\lambda}\vec{U'}\right) = 2\pi n$

$$\vec{d}\,(\vec{k} - \vec{k'}) = 2\pi n \quad (0,5)$$
$$\boxed{\vec{R}\cdot\Delta\vec{k} = 2\pi n}$$

4/ Densité de remplissage $\quad d = \dfrac{V_{occupé}}{V_{maille}}$

C.C	CFC	Diamant
68% (1)	74% (1)	34% (1)

Exo 1 :

$\lambda = 1{,}5418\ \text{Å}$

d (Å)	3,633	2,225	1,284	1,112
(hkl)	111 (1)	220 (1)	422 (1)	440 (1)

$K_i = 1/d_i^2 \qquad L_i = K_i/K_1 \qquad d_{hkl} = \dfrac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}$ (0,5)

1/ Réseau CFC (0,5)

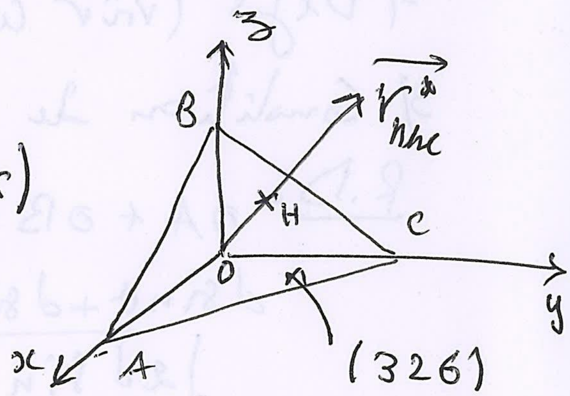
2/ Paramètre de la maille $a = \sqrt{3}\cdot d_{111} = \sqrt{3} \times 3{,}633$

$$\boxed{a = 6{,}29\ \text{Å}}$$ (1)

Exo 2 :

$h = 3, \quad k = 2, \quad l = 6$

$\vec{r}^{\,*}_{hkl} \perp (hkl) \Leftrightarrow \vec{r}^{\,*}_{hkl} \perp$ (2 vecteurs)



$A\left(\frac{a}{h}, 0, 0\right) \quad B\left(0, \frac{b}{k}, 0\right) \quad C\left(0, 0, \frac{c}{l}\right)$

(1) $\begin{cases} \vec{AB} = \dfrac{\vec{b}}{k} - \dfrac{\vec{a}}{h} \quad \text{et} \quad \vec{BC} = \dfrac{\vec{c}}{l} - \dfrac{\vec{b}}{k} \\ \vec{r}^{\,*}_{hkl} = h\vec{a}^{\,*} + k\vec{b}^{\,*} + l\vec{c}^{\,*} \end{cases}$

(0,5)

$$\vec{r}^{\,*}_{hkl} \cdot \vec{AB} = (h\vec{a}^{\,*} + k\vec{b}^{\,*} + l\vec{c}^{\,*})\left(\frac{\vec{b}}{k} - \frac{\vec{a}}{h}\right)$$

$$= -\frac{h}{h}\vec{a}\cdot\vec{a}^{\,*} + \frac{k}{k}\vec{b}^{\,*}\vec{b}$$

$$= 0 \quad (\vec{a}\,\vec{a}^{\,*} = 2\pi \ \text{et} \ \vec{b}^{\,*}\vec{b} = 2\pi)$$

Donc, $\vec{r}^{\,*} \perp \vec{AB}$

(0,5) $\vec{r}^{\,*}_{hkl} \cdot \vec{BC} = (h\vec{a}^{\,*} + k\vec{b}^{\,*} + l\vec{c}^{\,*})\left(\frac{\vec{c}}{l} - \frac{\vec{b}}{k}\right) = 0$

De même $\vec{r}^{\,*} \perp \vec{BC}$

2/ $d_{hkl} = \dfrac{2\pi}{|\overrightarrow{r^*_{hkl}}|} \Rightarrow d_{hkl} = |\overrightarrow{OH}|$

1

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{r^*_{hkl}} = |\overrightarrow{OA}| \, |\overrightarrow{r^*_{hkl}}| \cos\alpha = |\overrightarrow{OH}| \cdot |\overrightarrow{r^*_{hkl}}|$

$$|\overrightarrow{OH}| = \frac{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{r^*_{hkl}}}{|\overrightarrow{r^*_{hkl}}|} = \frac{\frac{1}{h}\vec{a} \cdot (h\vec{a^*} + k\vec{b^*} + l\vec{c^*})}{|\overrightarrow{r^*_{hkl}}|}$$

0,5

$$= \frac{\vec{r} \cdot \overrightarrow{r^*_{hkl}}}{|\overrightarrow{r^*_{hkl}}|} = \frac{2\pi}{|\overrightarrow{r^*_{hkl}}|}$$

0,5

Donc, $|\overrightarrow{OH}| = \dfrac{2\pi}{|\overrightarrow{r^*_{hkl}}|} = d_{hkl}$

3/ Pour un crystal cubique:

$a = b = c \qquad \alpha = \beta = \gamma = \pi/2$

$\vec{a^*} = \dfrac{2\pi}{a}\vec{i} \qquad \vec{b^*} = \dfrac{2\pi}{a}\vec{j} \qquad \vec{c^*} = \dfrac{2\pi}{c}\vec{k}$

D'où: $\overrightarrow{r^*_{hkl}} = \dfrac{2\pi}{a}(h\vec{i} + k\vec{j} + l\vec{k})$ 0,5

$|\overrightarrow{r^*_{hkl}}| = \dfrac{2\pi}{a}\sqrt{h^2+k^2+l^2}$ 0,5

Donc, $d_{hkl} = \dfrac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}$